ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

VANHNASONE THEPPHAVONG

TÍNH SIÊU LỒI, TÍNH TAUT VÀ TÍNH K - ĐẦY CỦA CÁC TẬP MỞ KHÔNG BỊ CHẶN TRONG $\mathbb{C}^n$

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

VANHNASONE THEPPHAVONG

TÍNH SIÊU LỒI, TÍNH TAUT VÀ TÍNH K - ĐẦY CỦA CÁC TẬP MỞ KHÔNG BỊ CHẶN TRONG $\mathbb{C}^n$

Chuyên ngành: GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC: TS. TRẦN HUỆ MINH

THÁI NGUYÊN - 2017

Lời cam đoan

Tôi cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, dưới sự hướng dẫn tận tình và chu đáo của **TS. Trần Huệ Minh**.

Trong khi nghiên cứu luận văn tôi đã kế thừa thành quả khoa học của các nhà khoa học và đồng nghiệp với sự trân trọng và biết ơn chân thành.

Học viên

Vanhnasone THEPPHAVONG

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn tận tình và sự chỉ bảo nghiêm khắc của **TS. Trần Huệ Minh**, tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành và sâu sắc đến cô giáo.

Tôi cũng xin kính gửi lời cảm ơn chân thành đến các thầy giáo, cô giáo trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên cũng như các thầy cô giáo tham gia giảng dạy khóa học 2015-2017, những người đã đem hết tâm huyết và sự nhiệt tình để giảng dạy và trang bị cho chúng tôi nhiều kiến thức và kinh nghiệm.

Và cuối cùng, xin gửi lời cảm ơn gia đình, cảm ơn các đồng nghiệp, bạn bè đã luôn đồng hành giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu cũng như trong quá trình thực hiện luận văn này.

Thái Nguyên, tháng 6 năm 2017

Người viết luận văn

Vanhnasone THEPPHAVONG

Mục lục

Mở đầu

Như chúng ta đã biết lý thuyết các không gian phức hyperbolic ra đời vào cuối những năm 60 của thế kỷ trước, sau những công trình nghiên cứu của nhà toán học Nhật Bản S. Kobayashi. Cho đến nay, lý thuyết này đã trở thành một ngành nghiên cứu quan trọng của giải tích phức hyperbolic. Nhiều kết quả sâu sắc và đẹp đẽ đã được chứng minh bởi những nhà toán học lớn trên thế giới như S. Kobayashi, M. Greene, J. Noguchi,.... Lý thuyết này được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khác nhau như Hệ động lực phức, Lý thuyết phân bố giá trị và xấp xỉ Diophantine. Tuy nhiên đa số các kết quả chỉ đạt được trong điều kiện có tính compact tương đối của các miền. Với mong muốn tìm hiểu và nghiên cứu về hình học của các miền không bị chặn, em đã lựa chọn đề tài "**Tính siêu lồi, tính taut và tính k- đầy của các tập mở không bị chặn trong** $\mathbb{C}^n$" nhằm tìm hiểu một số các kết quả địa phương về tính hyperbolic, tính taut và tính k- đầy của các tập mở không bị chặn trong $\mathbb{C}^n$.

Luận văn gồm 39 trang, trong đó có phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và danh mục tài liệu tham khảo.

Chương 1: Hệ thống lại các khái niệm và các kết quả cần thiết cho chương sau.

Chương 2: Trình bày một số kết quả về tính hyperbolic, tính taut, tính siêu lồi của một tập mở không bị chặn trong $\mathbb{C}^n$, nghiên cứu tính hyperbolic đầy của một miền không bị chặn trong $\mathbb{C}^n$ qua sự tồn tại của một hàm chỉnh hình peak địa phương tại mỗi điểm biên và tại điểm ∞ của miền này đồng thời tìm hiểu mối liên hệ giữa tính taut địa phương và tính taut toàn cục của một miền trong $\mathbb{C}^n$. Phần cuối của chương trình bày ứng dụng của các kết quả trên để nghiên cứu tính hyperbolic của miền Hartogs và chỉ ra điều kiện cần và đủ để một miền Hartogs là taut (siêu lồi).

Bản luận văn chắc chắn không tránh khỏi những khiếm khuyết, em rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy cô và bạn đọc để luận văn được hoàn thiện hơn.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Trong chương này, chúng tôi trình bày một số kiến thức cơ bản sử dụng cho chương sau như: ánh xạ chỉnh hình, định lý Ascoli, hàm điều hòa dưới, hàm đa điều hòa dưới, hàm đa điều hòa dưới peak và antipeak, giả mêtri vi phân, giả khoảng cách Kobayashi, tính hyperbolic của một miền, miền taut. Các nội dung trong chương này được viết theo các tài liệu [1], [2], [5].

1.1 Ánh xạ chỉnh hình

Giả sử X là một tập mở trong $\mathbb{C}^n$ và $f : X \to \mathbb{C}$ là một hàm số.

Hàm f được gọi là khả vi phức tại $x_0 \in X$ nếu tồn tại ánh xạ tuyến tính $\lambda : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ sao cho

$$\lim_{|h| \to 0} \frac{|f(x_0 + h) - f(x_0) - \lambda(h)|}{|h|} = 0,$$

trong đó $h = (h_1, ..., h_n) \in \mathbb{C}^n$ và $|h| = \left(\sum\limits_{i=1}^{n} |h_i|^2 \right)^{1/2}$.

Hàm f được gọi là chỉnh hình tại $x_0 \in X$ nếu f khả vi phức trong một lân cận nào đó của x_0 và được gọi là chỉnh hình trên X nếu f chỉnh hình tại mọi điểm thuộc X.

Một ánh xạ $f : X \to \mathbb{C}^m$ có thể viết dưới dạng $f = (f_1, ..., f_m)$, trong đó $f_i = \pi_i \circ f : X \to \mathbb{C}, i = 1, ..., m$ là các hàm tọa độ. Khi đó f được gọi là chỉnh hình trên X nếu f_i chỉnh hình trên X với mọi $i = 1, ..., m$.

Ánh xạ $f : X \to f(X) \subset \mathbb{C}^n$ được gọi là song chỉnh hình nếu f là song ánh, chỉnh hình và f^{-1} cũng là ánh xạ chỉnh hình.

1.2 Định lý Ascoli

Định nghĩa 1.2.1. Giả sử $\mathcal{F}$ là một họ nào đó các ánh xạ từ không gian tô pô X vào không gian tô pô Y. Họ $\mathcal{F}$ được gọi là liên tục đồng đều (even continuous) từ $x \in X$ tới $y \in Y$ nếu với mỗi lân cận U của điểm y đều tìm được một lân cận V của điểm x và lân cận W của điểm y sao cho

$$\text{nếu } f(x) \in \mathrm{W} \text{ thì } f(V) \subset U \text{ với mọi } f \in \mathcal{F}.$$

Nếu $\mathcal{F}$ là liên tục đồng đều với mọi $x \in X$ và mọi $y \in Y$ thì $\mathcal{F}$ được gọi là liên tục đồng đều từ X đến Y.

Định lý 1.2.1. *(Định lý Ascoli đối với họ liên tục đồng đều)*

Giả sử $\mathcal{F}$ là tập con của tập các ánh xạ liên tục $C(X, Y)$ từ không gian chính qui compact địa phương X vào không gian Hausdorff Y và $C(X, Y)$ có tô pô compact mở. Khi đó $\mathcal{F}$ là compact tương đối trong $C(X, Y)$ nếu và chỉ nếu hai điều kiện sau được thỏa mãn:

i.) $\mathcal{F}$ là họ liên tục đồng đều;

ii.) Với mỗi $x \in X$, tập hợp $\mathcal{F}_x = \{f(x) | f \in \mathcal{F}\}$ là compact tương đối trong Y.